

# Reflexiones sobre Lenguaje, Cultura y Equidad en la Enseñanza de Matemáticas en una Escuela Primaria Bilingüe de Estados Unidos<sup>1</sup>

Sandra I. Musanti, Sylvia Celedón-Pattichis  
and Mary E. Marshall<sup>2\*</sup>

*University of Texas at Brownsville, University of New Mexico,  
Albuquerque Public Schools, USA*

## Resumen

Esta investigación cualitativa explora las prácticas y percepciones de dos maestras (K-1), así como los asuntos de equidad implícitos en la integración curricular de problemas de matemáticas contextualizados para adecuar la enseñanza de estudiantes latinos que están aprendiendo inglés como segunda lengua. Este estudio se basa en tres enfoques: el enfoque cognitivo guiado de la enseñanza de matemáticas, el lenguaje y la cultura como recursos pedagógicos, y la enseñanza de matemáticas para la equidad. La investigación se desarrolla en el contexto de una iniciativa de desarrollo profesional situado entre maestras bilingües e investigadoras en una escuela primaria del suroeste de Estados Unidos. Los datos recogidos incluyeron observaciones de aula, clases grabadas en video y entrevistas con las maestras. Los hallazgos indican que ambas maestras (1) valoran la integración en su currículo de problemas de matemáticas culturalmente contextualizados para apoyar la comprensión de conceptos matemáticos complejos, (2) priorizan el uso de la primera lengua en la enseñanza y la incorporación de diferentes modos de comunicación matemática de sus ideas y estrategias, y (3) priorizan una enseñanza para la equidad al valorar y promover un modelo de aprendizaje centrado en las capacidades de los alumnos y en la construcción de la identidad de los estudiantes como sujetos capaces de aprender matemáticas.

44

*Palabras claves:* educación bilingüe. enseñanza de matemáticas. equidad en educación. desarrollo profesional docente.

<sup>1</sup> Received: July 30th, 2012 / Accepted: August 6th, 2012

<sup>2</sup> Email: sandra.musanti@utb.edu, sceledon@unm.edu, mary.m1210@gmail.com

## Abstract

This study investigates K-1 teachers' perceptions, practices, and equity issues in the integration of contextualized problem solving into the curriculum as a way to adapt instruction to meet the needs of Latino students who were English language learners. We draw from three bodies of literature: Cognitively Guided Instruction, language and culture as pedagogical resources, and equity issues in mathematics. This qualitative study takes place in the context of a situated professional development between bilingual teachers and researchers in a southwestern elementary school in the United States. Data sources included classroom observations, videotaped lessons, and interviews with the teachers. Through classroom episodes, this study illustrates how both teachers: (1) valued the integration of contextualized problem solving into their curriculum and used language and culture to scaffold understanding of complex mathematics concepts, (2) prioritized the use of the native language in their teaching and the development of different ways to communicate mathematically their ideas and strategies, and (3) prioritized equitable teaching by valuing and promoting a student centered approach to teaching as well as students' identity as mathematics learners.

*Keywords:* bilingual education. mathematics education. equity in education. teacher professional development.

## Resumo

Esta pesquisa qualitativa explora as práticas e percepções de duas professoras (K-1), assim como os assuntos de equidade implícitos na integração curricular de problemas de matemática contextualizados para adequar o ensino de estudantes latinos que estão aprendendo inglês como segunda língua. Este estudo se baseia em três enfoques: o enfoque cognitivo guiado do ensino de matemática, a linguagem e a cultura como recursos pedagógicos, e o ensino de matemática para a equidade. A pesquisa se desenvolve no contexto de uma iniciativa de desenvolvimento profissional situado entre professoras bilingües e pesquisadoras em uma escola primária do sudoeste dos Estados Unidos. Os dados recolhidos incluíram observações de aula, classes gravadas em vídeo e entrevistas com as professoras. As descobertas indicam que ambas as professoras (1) valoram a integração no seu currículo de problemas de matemática culturalmente contextualizados para apoiar a compreensão de conceitos matemáticos complexos, (2) priorizam o uso da primeira língua no ensino e a incorporação de diferentes modos de comunicação matemática das suas ideias e estratégias, e (3) priorizam um ensino para a equidade ao valorar e promover um modelo de aprendizagem centrado nas capacidades dos alunos e na construção da identidade dos estudantes como sujeitos capazes de aprender matemática.

*Palavras chaves:* educação bilingue. ensino de matemática. equidade em educação. desenvolvimento profissional docente.

### Introducción

Los latinos son el segmento con más rápido crecimiento de la población de Estados Unidos. De acuerdo con los datos suministrados por el Departamento de Educación de EE.UU. en el año 2009 una proporción sustancial de los estudiantes latinos eran estudiantes del idioma inglés (37% en 4to grado). Estas afirmaciones cobran especial relevancia si se considera que muchos estudiantes latinos en los Estados Unidos reprueban las clases de matemáticas y obtienen muy bajos puntajes en los exámenes estandarizados debido a la persistente inequidad educativa (Boaler, 2008; Flores, 2007; Kohler y Lazarín, 2007). El Consejo Nacional de maestros de matemáticas de Estados Unidos (NCTM, National Council of Teachers of Mathematics) contribuye con importantes lineamientos que son importantes considerar a la hora de reformular las actuales propuestas de enseñanza vigentes en las escuelas primarias con un gran porcentaje de niños latinos que hablan inglés como segunda lengua. Según NCTM (2008) las políticas y prácticas, relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas deben ser evaluadas continuamente para asegurarse que todos los estudiantes tengan igualdad de acceso a los recursos y estrategias con mayor potencial para promover el aprendizaje. Esta situación muestra la urgencia de investigaciones centradas en comprender cómo los maestros pueden crear oportunidades para un aprendizaje eficaz y cómo pueden mejorar los métodos de enseñanza de matemáticas adecuándolos con el propósito de garantizar un acceso más equitativo a una educación de calidad para todos (Celedón-Pattichis y Ramirez, 2012).

46

Importantes investigaciones han demostrado la efectividad de la enseñanza bilingüe (Cummins, 1986; Lindholm-Leary, 2001; Thomas & Collier, 2002). Recientes investigaciones en el área de la educación matemáticas de latinos concluyen sobre la importancia del uso de la primera lengua como recurso pedagógico (Celedón-Pattichis, 2008; Khisty & Chval, 2002, Moschkovich, 2006; 2010) y de la necesidad de anclar el aprendizaje en las experiencias cotidianas y prácticas culturales propias de los diferentes grupos étnicos (González, Moll, y Amanti, 2005; Civil y Andrade, 2002). Aún sigue siendo muy necesario el aporte de investigaciones que se enfoquen en describir la complejidad de prácticas de enseñanza de matemáticas en aulas bilingües que promuevan la comprensión de conceptos matemáticos complejos (Moschkovich, 2010).

Este trabajo es parte de un estudio cualitativo descriptivo desarrollado por un período de tres años con un grupo de maestras en una escuela bilingüe del suroeste de los Estados Unidos. El presente trabajo

se enfoca en los resultados derivados del análisis de datos del último año del estudio y se concentra en dos maestras, una de kindergarten y otra de primer grado. El propósito es explorar sus percepciones y prácticas respecto de la integración curricular del enfoque cognitivo guiado (ECG) de enseñanza de matemáticas [Cognitively Guided Instruction] (Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson, 1999) y específicamente las características de la incorporación sistemática de problemas matemáticos contextualizados. Las preguntas de investigación abordadas son las siguientes: (a) ¿Cuáles son las percepciones de los maestros bilingües sobre la importancia de integrar en su planificación problemas de matemáticas contextualizados? (b) ¿Cómo adaptan su enseñanza a las necesidades de aprendizaje de los alumnos latinos en consideración al lenguaje y la cultura? En el análisis se realiza especial énfasis en las cuestiones de equidad implícitas en las percepciones de los maestros, así como en la toma de decisiones sobre cómo abordar la enseñanza de matemáticas con los estudiantes latinos. Los resultados del estudio se presentan a través de dos casos de clase que demuestran las características de las interacciones típicas entre los estudiantes y las maestras. En el análisis de estas escenas exploramos el uso de la lengua materna, la consideración de los aspectos culturales y de equidad subyacentes a las prácticas de enseñanza implementadas por las maestras durante las clases de matemáticas con estudiantes que hablan español.

### **Marco teórico**

#### **El Enfoque Cognitivo de la Enseñanza de las Matemáticas**

Nuestra investigación tuvo lugar en el contexto de un proyecto de desarrollo profesional con maestros centrado en la comprensión de las implicaciones para la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque cognitivo guiado (ECG) (Carpenter, y otros, 1999). Este enfoque afirma que es importante que los maestros comprendan por qué los niños, especialmente en los primeros grados, necesitan una enseñanza que priorice múltiples oportunidades para resolver una gran variedad de problemas verbales en matemáticas y para comunicar, en forma oral y también por escrito, sus estrategias de resolución (Ver Tabla 1. Tipos de problemas). Como Franke, Carpenter, Levi y Fennema (2001) explican:

ECG se centra en ayudar a los maestros a comprender el razonamiento matemático de los niños, ayudándoles a construir modelos del desarrollo del pensamiento matemático en relación con contenidos específicos. No se provee ningún material de enseñanza o pasos específicos para la práctica, sino que los

maestros desarrollan sus propios materiales de enseñanza y prácticas a partir de ver y escuchar a sus estudiantes tratando de entender lo que ven y oyen. (p. 657)

Esta propuesta se centra en entender las estrategias y conocimientos informales que los niños tienen sobre las matemáticas y como pueden ser utilizados para resolver problemas verbales vinculados con su vida cotidiana. Una estrategia de enseñanza que se desprende de este enfoque es la utilización de problemas matemáticos centrados en el contexto, dado que esto permite a los niños entrar en un mundo matematizado y utilizar sus experiencias culturales para dar sentido a los números y comprender sus relaciones (Hiebert y Carpenter, 1992). Investigaciones anteriores han demostrado que el uso de historias familiares para contextualizar la resolución de problemas ayuda a los estudiantes latinos a entender los conceptos y explicar su razonamiento matemático (Turner y Celedón-Pattichis, 2011).

### **El Lugar del Lenguaje y la Cultura en el Aprendizaje de las Matemáticas**

Muchos de los estudiantes de Estados Unidos que obtienen bajos resultados en la escuela han crecido hablando, leyendo, y escribiendo en un lenguaje o en una variación del inglés que difiere del que se usa en la escuela, el cual es refrendado por el currículo, los libros, los exámenes estandarizados, y valorado por maestros y estudiantes que representan las clases dominantes. En general, los niños provenientes de familias de sectores minoritarios como los latinos, muchas veces no han tenido el tipo de experiencias con el lenguaje oral y escrito que sus pares y éstas en general son las experiencias que se necesitan para poder tener éxito en una escuela que privilegia y valora el capital cultural y lingüístico de ciertos sectores más que otros (Zwiers, 2008). De esto se desprende la necesidad de que las escuelas y los maestros entiendan la importancia de integrar y valorar el lenguaje y el capital cultural que traen los niños para que sirva de puente hacia el aprendizaje del lenguaje académico propio de la escuela y para que los niños también puedan valorar su lenguaje, sus conocimientos previos y sus experiencias de vidas.

48

Sabemos que el lenguaje es central para el aprendizaje de los estudiantes. Consideramos que el uso de la primera lengua en la educación es un derecho humano (Skutnabb-Kangas, 2000) y un recurso central en la enseñanza de matemáticas (Moschkovich, 2006, 2010). Varias investigaciones han documentado como la primera lengua desempeña un importante papel en la enseñanza de las matemáticas

(Celedón-Pattichis, 2008; Moschkovich, 2006; Secada y De la Cruz, 1996). Estas investigaciones han mostrado que cuando los estudiantes aprenden conceptos matemáticos en su primera lengua esto les posibilita su posterior transferencia al segundo idioma (Cummins, 1989, 2001). Por ejemplo, cuando un estudiante aprende a dividir en su primera lengua, este concepto no tiene que volver a ser aprendido en la segunda lengua. Lo único que los estudiantes necesitan aprender es la palabra (división) en el segundo idioma. Sin embargo, las investigaciones también muestran que el desarrollo del lenguaje académico necesario para que los estudiantes realicen las tareas escolares que tienen una alta demanda cognitiva puede tomar de cuatro a siete años o más en el segundo idioma (Cummins, 1986; Thomas y Collier, 2002). Asimismo, es importante no perder de vista que aprender un segundo idioma y además aprender simultáneamente matemáticas es una tarea cognitivamente -- y también emocionalmente-- exigente y esto puede obstaculizar el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Es importante destacar que recientes investigaciones proponen la necesidad de ir más allá del lenguaje académico hacia la construcción de comunidades de discurso matemático en el aula (Willey, 2010), dado que esto permite superar propuestas de enseñanza centradas en el vocabulario que, en general, derivan en una visión deficitaria de aquellos alumnos que no demuestran poseer el lenguaje académico esperado. Estos autores proponen prácticas que se centran en la construcción de conceptos matemáticos en contexto y en la interacción social, desarrollando en el proceso el lenguaje propio de las matemáticas (Celedón-Pattichis y Ramirez, 2012).

Secada y De La Cruz (1996) argumentan que a fin de mejorar los resultados que los latinos obtienen en las pruebas matemáticas en Estados Unidos, los estudiantes deben aprender matemáticas de modo comprensivo (Hiebert y Carpenter, 1992). Además del idioma, consideramos que es importante hacer visibles los tipos de conocimiento que los alumnos y sus familias tienen y valorarlos como recursos culturales e intelectuales legítimos que deben ser tomados en cuenta por los educadores como base para el aprendizaje (Luna Villalón, 2010; Zwiers, 2008). Esto es lo que González y otros (2005) denominan los fondos de conocimiento (en inglés funds of knowledge) de las comunidades, los conocimientos, habilidades y prácticas culturales de los hogares de los estudiantes que deben integrarse a la enseñanza y el aprendizaje en el aula de matemáticas (Civil y Andrade, 2002; Luna Villalón, 2010). Es decir que los maestros pueden facilitar el aprendizaje significativo si tienen una comprensión profunda de las comunidades a las que pertenecen los estudiantes y las prácticas matemáticas en los que sus familias y ellos participan cotidianamente. Por ejemplo, Turner

y sus colegas (2008) encontraron que la práctica de contar historias matemáticas desarrolladas en kindergarten con niños latinos resultó en un incremento significativo de la participación y motivación de los niños para resolver problemas matemáticos complejos. En sus clases, los maestros apoyaban la resolución de problemas y el pensamiento matemático a través de la práctica de contar y compartir historias de la vida cotidiana, que incluían formas familiares de hablar y negociar el significado.

### **Equidad y Enseñanza de Matemáticas con Estudiantes Latinos**

El énfasis de los estándares de aprendizaje de matemáticas en Estados Unidos se orienta cada vez más hacia currículos centrados en la resolución de problemas y en la comunicación de las estrategias de resolución. En este contexto, el andamiaje del aprendizaje a través del uso de la primera lengua para estudiantes latinos que no hablan inglés como primera lengua es cada vez más importante (NCTM, 2000). Los estudiantes necesitan las habilidades lingüísticas que se requieren para participar en las discusiones de clase acerca de sus ideas matemáticas, comunicar su pensamiento, explicar sus respuestas, hacer conjeturas y justificar sus conclusiones. Moschkovich (2006, 2010), y Khisty y Chval (2002) sostienen que las discusiones en clase son útiles para los estudiantes cuando los maestros les permiten valerse de todos los recursos a su disposición para promover la comunicación y, especialmente los instrumentos legítimos para la expresión verbal o escrita, incluyendo su lengua materna, expresiones cotidianas, gestos y objetos concretos.

Sin embargo, la equidad en la enseñanza de las matemáticas va más allá de las competencias lingüísticas. Los estudiantes en los primeros grados de la escuela primaria y en el nivel inicial deben tener oportunidades de participar en la producción de ideas matemáticas y sobre todo tener la oportunidad de resolver los problemas relevantes y desafíos cognitivos en tanto involucran importantes conceptos matemáticos (NCTM, 2000). Con demasiada frecuencia, en Estados Unidos los niños latinos de niveles socioeconómicos bajos son asignados a maestros que creen que para aprender esos estudiantes necesitan una enseñanza centrada en la ejercitación y en la retención de hechos matemáticos más que en la comprensión de conceptos. La práctica repetitiva de ejercicios es la forma predominante de actividades de enseñanza con escasas oportunidades de participar en actividades cognitivas más interesantes como la resolución de problemas (Secada, 1991).

Congruentemente, Boaler (2008) sostiene que el logro de mayor equidad en la enseñanza de las matemáticas depende de que los maestros puedan desarrollar estrategias efectivas que permitan a los estudiantes participar en prácticas de aprendizaje centradas en la resolución de problemas, el razonamiento matemático, su justificación y su comunicación (NCTM, 2000). Asimismo, destaca la importancia de la conciencia social y cultural y la sensibilidad de las maestras así como el valor del rediseño de materiales curriculares sobre la base de la comprensión de las experiencias culturales de los alumnos.

Basándonos en desarrollos teóricos e investigaciones recientes, entendemos que la equidad educativa requiere de una enseñanza que tenga como meta principal que los estudiantes se vean a sí mismos como efectivos participantes de una comunidad discursiva matemática y que desarrollen una identidad como estudiantes de matemáticas (Schleppegrell 2010; Willey, 2010). En este sentido, Allexsaht-Snyder y Hart (2001) afirman que el compromiso, pertenencia y confianza en el aprendizaje matemático son indicadores de que los alumnos se ven a sí mismos como parte de una comunidad de aprendizaje de matemáticas.

Los principios de una comunidad de discurso matemática y las ideas presentadas respecto de la equidad educativa, y el rol del lenguaje y la cultura en la enseñanza guiaron nuestro trabajo con los maestros. De esta manera, se diseñó una propuesta de desarrollo profesional situado para maestros centrada en la integración de la primera lengua, la cultura, y matemáticas.

### **Desarrollo Profesional Situado en el Aula**

Las conceptualizaciones actuales sobre el desarrollo profesional de maestros hacen hincapié en la generación de comunidades de prácticas en las que estos aprenden en colaboración con otros, reflexionan sobre sus prácticas y enfoques de enseñanza y tienen oportunidades para discutir y planificar con colegas propuestas de enseñanza que respondan a las necesidades de sus estudiantes (Franke y otros, 2001; Musanti y Pence, 2010; Wenger, 1998).

Nuestra premisa central consistió en implementar una propuesta de desarrollo profesional desde una perspectiva situada, es decir, teniendo en cuenta la singularidad de cada situación y respondiendo a las necesidades culturales y lingüísticas de la población estudiantil, y también a las necesidades profesionales y personales de sus maestras, reconociendo que cada salón de clases involucra una dinámica única entre los estudiantes, su maestra y el contexto (Celedón-Pattichis et

al., 2010; Cobb, McClain, Lamberg, y Dean, 2003; Musanti y otros, 2011). Esta propuesta de capacitación se desarrolló sólo con aquellas maestras que voluntariamente decidieron que querían capacitarse sobre el enfoque cognitivo de enseñanza de matemáticas y la influencia de factores como el lenguaje y la cultura en la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes latinos. Nuestro trabajo con este grupo de maestras fue esencialmente colaborativo, centrado en un trabajo conjunto con las maestras en el aula, y prolongado en el tiempo (Musanti y Pence, 2010). La propuesta involucró:

**Seminarios intensivos de verano.** Estos seminarios versaron sobre el enfoque cognitivo guiado de la enseñanza de matemáticas (Carpenter et al., 1999) con énfasis en que los maestros profundicen la comprensión de la enseñanza a través de la resolución de problemas, y el rol del lenguaje y la cultura en el aprendizaje. Se desarrollaron dos seminarios durante el verano, con una duración de dos semanas cada uno que otorgaron créditos de posgrado, los cuáles podían ser usados como parte de los créditos de maestría o doctorado.

**Instancias de apoyo y colaboración en la clase.** Durante las visitas de frecuencia semanal, las investigadoras observaban las lecciones, modelaban lecciones sobre ECG y resolución de problemas, conversaban con las maestras sobre formas de poner en práctica las actividades de resolución de problemas, colaboraban en la planificación y ejecución de las clases sobre resolución de problemas trabajando en pequeños grupos con los estudiantes, aportaban recursos para complementar currículo de matemáticas y/o discutían con las maestras al final de cada sesión de trabajo sobre los acontecimientos relacionados con cada lección, los obstáculos encontrados por los alumnos, sus logros, etc.

**Talleres.** Se realizaron seis talleres de dos horas cada uno durante el período 2007-2008. Participaron todas las maestras de la escuela que estaban interesadas en la implementación de ECG en sus aulas. Los talleres se centraron en el aprendizaje de ECG y en el análisis de las producciones de los alumnos durante las clases centradas en la resolución de problemas.

## Metodología

### Contexto

El estudio se llevó a cabo en una escuela primaria ubicada en una ciudad en el suroeste de Estados Unidos. La población de la escuela donde se desarrolló el estudio está conformada por un 90%

de inmigrantes mexicanos para quienes inglés es su segunda lengua. Todos los estudiantes reciben desayuno y almuerzo gratis. La escuela implementa un programa bilingüe de doble inmersión que incluye en el kindergarten el 90% de la enseñanza en español y el 10% en inglés. En primer grado es el 80% en español, aumentando gradualmente el uso del inglés al 50% en los grados cuarto y quinto (Lindholm-Leary, 2001). Las clases analizadas incorporaban la enseñanza de matemáticas en español y los alumnos recibían una clase de inglés como segunda lengua durante las tardes sobre el desarrollo de vocabulario académico básico.

En cuanto a la enseñanza de matemáticas, la escuela ha adoptado una propuesta curricular que se enfoca en los principios de la reforma de la enseñanza en Estados Unidos (NCTM, 2000). Este plan de estudios hace hincapié en los procesos de resolución de problemas matemáticos, la comunicación, el razonamiento, las conexiones y la representación. Nuestra propuesta de desarrollo profesional para los maestros participantes enfatizaba la necesidad de complementar este plan de estudios mediante la introducción de estrategias centradas en la resolución de problemas matemáticos contextualizados, en la comprensión del pensamiento matemático de los estudiantes y en la posibilidad de comunicar efectivamente sus ideas y estrategias a través de múltiples formas de representación (dibujos, símbolos, ecuaciones y texto) (Chval & Khisty, 2009).

## Participantes

Si bien nuestro trabajo involucró a siete participantes en el curso de tres años, en este artículo se presentan datos relativos a dos maestras, Carmen y Norma<sup>3</sup>. Carmen es maestra de nivel inicial y enseña en kindergarten. Inmigró desde México junto con su familia cuando era adolescente. Cuando se realizó el estudio, Carmen era considerada una maestra principiante ya que sólo contaba con 5 años de experiencia en la enseñanza. Norma es una maestra de primer grado oriunda de Perú y vive en Estados Unidos desde muy joven. Es una maestra con más de 10 años de experiencia enseñando la mayor parte en primer grado. Ambas maestras hablan inglés como segunda lengua y han realizado cursos de posgrado en educación bilingüe y de estrategias de enseñanza a estudiantes que aprenden en una segunda lengua. Antes de la iniciación de este estudio, ninguna de estas maestras había tenido formación en el enfoque cognitivo guiado para la enseñanza de matemáticas

---

<sup>3</sup> Los nombres son seudónimo

(ECG). Las maestras participantes de este estudio fueron seleccionadas porque estaban interesadas en aprender sobre ECG, porque estaban de acuerdo con integrar en sus planes de clase la resolución de problemas verbales matemáticos, y porque la mayoría de los estudiantes hablaban español como primera lengua en sus aulas bilingües. Ambas maestras participaron en talleres sobre ECG durante el ciclo lectivo 2007-2008.

### **Recolección de datos**

Este artículo se basa en datos recogidos durante el último año de un estudio cualitativo de tres años desarrollado entre 2006 y 2009, por lo tanto los datos presentados corresponden a un análisis de corte transversal. Específicamente, se analizan datos provenientes de entrevistas semi-estructuradas, transcripciones de videgrabaciones de clases seleccionadas, y notas de observaciones de aula durante el trabajo de campo.

**Entrevistas.** Durante el ciclo lectivo 2007-2008, se realizaron dos entrevistas semi-estructuradas con cada maestra, de 45-60 minutos de duración. Las entrevistas se centraron en explorar las percepciones de las maestras respecto del currículo de matemáticas, aspectos específicos de la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas, la integración curricular de problemas matemáticos, el impacto de la cultura y el idioma en el aprendizaje de matemáticas en la escuela primaria y el conocimiento de las maestras respecto de las necesidades de los estudiantes. **Las entrevistas fueron grabadas y posteriormente transcritas.**

**Observaciones.** Se observaron las clases de matemáticas semanalmente (salvo excepciones por cambios o imprevistos) en horarios acordados previamente con las maestras y durante el desarrollo de las clases basadas en el ECG. Durante las observaciones las investigadoras recolectaron notas de campo de 23 lecciones en la clase de Norma y de 16 en la clase de Carmen.

**Video grabaciones de clases.** Durante el otoño de 2007 y la primavera de 2008 varias de las lecciones sobre resolución de problemas fueron grabadas en video, 12 lecciones en el aula de Norma y 7 en el aula de Carmen. Para cada video se creó un registro de contenido que sirvió para seleccionar los segmentos que se transcribieron para su análisis. Se seleccionaron videos que integraran más elementos relativos a ECG y al razonamiento matemático de los estudiantes.

### **Análisis de Datos**

El análisis de los datos se abordó a través del método comparativo constante (Strauss y Corbin, 1998) con el propósito de

explorar las percepciones y prácticas de las maestras respecto de la implementación de estrategias centradas en la resolución de problemas verbales contextualizados en su plan de clases. Específicamente se analizaron las transcripciones de las entrevistas, las notas de campo de las investigadoras, los registros de contenidos de los videos y las transcripciones de los videos seleccionados según los criterios anteriormente especificados. Cada investigadora realizó de forma individual una codificación abierta de los datos (Strauss y Corbin, 1998) en busca de temas y patrones que dieran cuenta de las prácticas específicas de integración del ECG en el currículo, las reflexiones de las maestras respecto del rol del lenguaje y la cultura en la enseñanza de matemáticas, y características de la enseñanza de matemáticas para los alumnos latinos que no hablan inglés como primera lengua identificadas por las maestras como vinculadas con mejores resultados de aprendizaje.

En la siguiente sección se presenta un análisis de los resultados del trabajo desarrollado con estas maestras. Los dos casos de clase son considerados como representativos porque ilustran los resultados del análisis. A través del primer caso se exploran las implicaciones que tiene para estas maestras el hecho de abordar la enseñanza de las matemáticas a partir de la resolución de problemas familiares a las experiencias de sus alumnos. Luego, el segundo caso ilustra el lugar central de la primera lengua en el aprendizaje de conceptos matemáticos y en la posibilidad de comunicar el pensamiento a partir de la adquisición del lenguaje o discurso académico de la disciplina en cuestión. Por último, se discute la importancia que estas maestras atribuyen a desarrollar la confianza de sus alumnos en sí mismos como “aprendices” de matemáticas, y en la construcción de una identidad como sujeto de aprendizaje capaz desde la valorización de sus capacidades, conocimientos previos, lenguaje y cultura.

Caso Clase No. 1. La clase de Norma comienza cada miércoles trabajando sobre problemas de matemáticas. La maestra inicia estas lecciones situando a sus estudiantes en un contexto familiar o conectando lo que va a desarrollar con experiencias recientes o conocidas y compartidas por ellos con sus familias. Por ejemplo, en la clase que se describe a continuación Norma recupera la narración de la fiesta de cumpleaños de Rodolfo que los niños habían compartido durante las noticias del día, un segmento de la clase destinado a los sucesos importantes que los niños o la maestra quieren destacar y compartir con la clase. La maestra y los niños comentan sobre la fiesta de cumpleaños de Rodolfo, cuando uno de los niños expresa que no fue una fiesta. La maestra utiliza este comentario para anclar el problema de matemáticas:

Maestra: Tú me has dicho que no, pero yo creo que sí le han hecho una fiesta porque vinieron sus tíos, sus abuelos y sus primos y para mí que eso es como una fiesta.

Vamos a suponer que en la fiesta de Rodolfo...había 25 globos.

Alumnos: ¡Veinticinco! ¡Ohh!

Maestra: Veinticinco globos...y que de repente vinieron varios niños entre los primos y le dieron a cada uno de los que vinieron un globo.

...y vinieron diez de sus primos...y a cada uno le dieron un globo.

¿Cuántos globos quedaron al final? [los niños levantan la mano para participar]

Maestra: Primero piensen [señalando su cabeza]

¿Cuántos globos había en la fiesta de Rodolfo?

Alumnos: Veinticinco.

Maestra: Veinticinco. Podemos poner el número para ayudarnos. [escribe el número en la pizarra.]

Había veinticinco globos... y vinieron diez niños y le dieron a cada uno un globo. ¿Cuántos globos quedaron al final?

Los niños dan diferentes respuestas. Algunos alumnos dicen veinticinco, otros dicen 5. Una niña parece decir: sacaron 10. Otro niño: quedaron 5

Maestra: A ver, la historia es: había 25 globos . . . había 10 de sus primos, a cada niño le dieron un globo para que se llevara a su casa. ¿Cuántos globos quedaron?

Alumnos vuelven a responder 5.

Maestra: A ver, vamos a poner lo que me están diciendo, Sonia dice que quedaron 5 (escribe 5 en pizarra).

José: Quince

Alumna: ¡Quince! ¡Quedaron quince!

Maestra: Quince (escribe en la pizarra)

A ver José, ¿cómo lo podemos averiguar? ¿Cómo sabes? Todos piensen. (Dirigiéndose a quienes dieron las respuestas.) ¿Cómo sabes tú que quedaron 5? Y ¿cómo sabes tú que quedaron 15?

José pasa al pizarrón a mostrar como pensó que eran 15. Dibuja los 25 globos. Al finalizar, tacha de uno en uno diez globos. Luego cuenta los

restantes. Para finalizar la maestra le pide que explique cómo lo hizo. Como a José le cuesta explicar, la maestra le va haciendo preguntas cómo: ¿Qué hiciste primero? ¿Y luego? ¿Cómo supiste que quedaron 15?

### **Resolución de problemas en “contexto” como andamiaje del pensamiento matemático**

Como muestra el caso de clase descrito anteriormente, la contextualización de los problemas de matemáticas en los primeros grados requiere que los maestros conozcan y valoren las experiencias de vida, la cultura, y los conocimientos previos de sus alumnos. Para crear historias con contenido matemático, Norma recurrió al conocimiento de sus estudiantes, especialmente apelando a lo que González y otros (2005) denominan fondos de conocimiento. Siguiendo el enfoque cognitivo de la enseñanza de matemáticas, la formulación de problemas involucraba a los alumnos como actores principales de las historias que las maestras creaban. Esta estrategia mejora las posibilidades de comprensión de los alumnos y el análisis de las situaciones de la vida cotidiana matemáticamente. Ellas les contaban historias a sus alumnos en una manera informal y conversacional, incluyendo variada y rica información sobre el contexto, invitando a sus alumnos a responder a preguntas y comentarios, involucrándolos activamente en la conversación y en la trama de la historia que se les presentaba. Esta forma de encuadrar o situar los problemas a través de la narrativa permite que los maestros puedan hacer uso de las formas de hablar, interactuar y negociar significados propios de los contextos familiares de sus alumnos. Además, la presentación de los problemas de esta manera permite que los alumnos utilicen la estructura narrativa de la historia para pensar matemáticamente sobre los conceptos presentados.

En el caso de clase descrito más arriba se puede observar varias estrategias de andamiaje del razonamiento matemático utilizadas consistentemente por esta maestra, entre las cuales se destacan: 1) presentación del problema matemático conectado con una situación familiar a los alumnos que los representa y los involucra; 2) la narración de la historia que contiene el problema para que los alumnos capten la secuencia de eventos, identifiquen la información que presenta el problema y practiquen sus habilidades de comunicación oral; 3) identificación de las palabras o segmentos de texto que contienen información relevante, y 4) formulación de preguntas para que los alumnos recuperen los datos importantes para poder resolver el problema. Norma explica que es importante *“andamiar” la comprensión de la situación y el problema y la habilidad de comunicar el pensamiento de sus alumnos: “Si es en forma oral. . . tratamos,*

*con los problemas de preguntar cuál es la historia, “cuéntame sobre qué es la historia, cuál es la pregunta” así ellos lo dicen. Esa es una manera.”* (Traducido del inglés, entrevista con Norma, 2007). La importancia de comprender textos orales y escritos es reconocida como una competencia significativa también en matemáticas, especialmente porque esto les permite a los alumnos entender la situación y generar estrategias de resolución. En la siguiente cita, esta maestra explica la interconexión entre las situaciones de aprendizaje en la escuela y la vida cotidiana de los alumnos:

En los últimos dos años, me di cuenta. . .de que antes no lo hacía. La resolución de problemas (del tipo ECG) no era parte del currículo. Pero el hecho de tener una hora (semanal) únicamente para esto, significa que trabajamos, un poco cada miércoles, y los chicos se están acostumbrando a hablar más, a explicar más, a ser más claros. . . Yo creo que esto es crucial. Y está conectado con lo que se espera que logren, no sólo en matemáticas sino también en lectoescritura. Ellos necesitan hacer conexiones durante la lectura. La historia que lean la tienen que poder conectar con su propia vida. (Traducido del inglés, entrevista con Norma, 2007).

Desde una perspectiva sociocultural de construcción del conocimiento, diferentes investigaciones han mostrado la relevancia de integrar estrategias de enseñanza y aprendizaje de matemáticas que surjan y se integren al contexto cultural y lingüístico de los alumnos (Celedón-Pattichis, 2008).

**Caso de Clase No. 2.** El año escolar estaba llegando a su fin. Carmen ha trabajado todo el año con sus alumnos resolviendo problemas que ellos llamaban “historias de matemáticas.” Durante la hora de historias de matemáticas este grupo de niños kindergarten (equivalente al salón de 5 del Nivel Inicial) escuchan y resuelven historias creadas por Carmen o a veces por ellos mismos. Por ejemplo, algunas historias narran que la mamá de José suele hacer tacos para cenar. Esta vez ella hizo 10 tacos. José llegó con hambre de la escuela y se comió 6 tacos sin que su mamá lo vea. ¿Cuántos tacos quedaron para que coman los hermanos de José? (Ver Tabla 1 sobre tipos de problemas). Para muchos de estos niños esta fue su primera experiencia de escolarización, al principio del año muchos niños no podían contar hasta 5, tenían dificultades para permanecer en la actividad, comunicarse oralmente, prestar atención y seguir instrucciones básicas. Pero este grupo trabajó mucho y mostró un importante progreso durante ese año según lo reportado por la maestra.

Hoy Carmen los invita a sentarse en la alfombra, un sector del aula delante del pizarrón donde cotidianamente se desarrollan actividades que involucran a todo el grupo. La maestra se sienta en su silla. Los alumnos se preparan para escuchar lo que ella tiene que contar. Esta vez, Carmen decidió presentar un problema de multiplicación (Ver Tabla 1), los cuales suelen ser muy difíciles de resolver para sus alumnos de kindergarten: “Yo tenía tres cajas. En cada caja tenía 5 chupetines. ¿Cuántos chupetines tenía en total?” Después de repetir el problema una vez más, les pide que piensen y levanten la mano para compartir la respuesta. Andrés y Carlos comparten su solución al problema y explican como lo resolvieron.

Andrés explica cómo supo que la respuesta era 15: *“Usted tenía 3 cajas y la caja tenía cinco y yo conté con mis dedos así, [muestra con dedos mientras cuenta] uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez y luego once, doce, trece, catorce, quince.”* Luego es el turno de Carlos para explicar cómo supo que eran 15: *“Es que primero conté de cinco en cinco y luego conté cinco, diez y luego quince, y luego supe que era quince.”*

Entonces Carmen inició un intercambio con sus alumnos para examinar como Andrés y Carlos resolvieron el problema y comparar sus estrategias:

- Maestra: ¿Pero vieron que los dos tienen razón?
- Alumnos: Sí.
- Maestra: ¿Están equivocados o están bien? (refiriéndose a las respuestas)
- Alumnos: Están bien.
- Maestra: ¿Pero cómo saben que están bien? ¿Por qué están tan seguros de que están bien?
- Alumno1: (Mostrando con sus manos) porque hay unos que lo cuentan de dedos en dedos, así lo van contando (muestra como cuenta con los dedos) y luego él (su compañero) como los contó de cinco en cinco salteándose en cada número, . . . ya supo que eran quince . . .
- Maestra: Y entonces los dos tenían razón, uno contó de uno en uno y otro contó de cinco en cinco, pero ¿los dos están bien?
- Alumnos: ¡Siiii!
- Maestra: ¿Y cuál fue más rápido? ¿El que contó de uno en uno o el que contó de cinco en cinco?

- Alumnos: De cinco en cinco.  
Maestra: ¿Por qué?  
Alumnos: Porque es más rápido.  
Alumnos: Cinco, diez, quince, veinte.  
Maestra: Muy bien, fue más rápido.

### **La Primera Lengua como Recurso Pedagógico y la Construcción del Lenguaje Académico Matemático**

Este caso de clase muestra la integración en el currículo de un problema de multiplicación que tiene un alto nivel de dificultad para los niños de kindergarten (Carpenter y otros, 1999), una práctica regular de estas maestras quienes tenían altas expectativas para el aprendizaje de sus alumnos. Además, el caso ilustra la importancia del papel de los maestros en apelar al uso del lenguaje como medio de comunicación en el aula para ayudar a los estudiantes a comprender las matemáticas formales. Por ejemplo, la maestra apela al uso de preguntas específicas para lograr que los alumnos puedan pensar sobre las respuestas dadas al problema, de tal manera que puedan identificar y explicar cómo saben cuál es la respuesta correcta. Además, la maestra utiliza específicamente la estrategia de reformular las respuestas dadas por los alumnos usando el discurso matemático específico cuando dice: “uno contó de uno en uno y otro contó de cinco en cinco”. Esto también contribuye a redirigir la conversación y ayudar a que los alumnos puedan identificar las características de las estrategias matemáticas utilizadas en las respuestas. Este tipo de prácticas discursivas contribuyen a que los alumnos comiencen a participar de las formas de decir y pensar propias de las matemáticas, además de incorporar la terminología necesaria para comunicar conceptos claves como formas de contar u operaciones matemáticas (Willey, 2010).

60

Para finalizar la lección, Carmen se enfocó en trabajar sobre lo que se considera una estrategia de resolución del problema más rápida y más eficaz, mientras que valida otras maneras de llegar a la respuesta correcta. Un aprendizaje importante en matemáticas que no es comúnmente enfatizado en el currículo de kindergarten es que los alumnos puedan identificar las características y la efectividad de las estrategias en uso. Este tipo de intercambio verbal fue un patrón en la clase de Carmen durante las clases ECG y refleja las prácticas que concuerdan con una visión de la enseñanza centrada en valorizar las

capacidades de los alumnos y en construir con ellos una comunidad de discurso matemático (Celedón-Pattichis y Ramirez, 2012; Willey, 2010).

El mejoramiento del rendimiento de los alumnos de Carmen para resolver problemas de multiplicación y lograr reflexionar sobre los elementos que caracterizan una estrategia de solución más eficiente es posible en el contexto de una enseñanza más equitativa (Alleksaht-Snider, 2001; Boaler 2008). Este abordaje de la enseñanza enfatiza la participación de los niños en la creación de comunicación haciendo uso de múltiples formas de representación de ideas matemáticas. Al final del año, Carmen reflexionaba sobre la importancia de brindar oportunidades para la construcción del lenguaje académico propio de matemáticas en español, la primera lengua de sus estudiantes:

Como le decía, al principio ellos (los estudiantes), muchos de ellos, señalaban lo que querían pero no lo podían decir. No tenían las palabras o no sabían los nombres de las cosas, pero ahora no, ahora pueden decir lo que quieren o les está pasando con palabras. (Entrevista con Carmen, 2008)

Es importante que estos estudiantes, que provienen de entornos más desfavorecidos, tengan suficientes oportunidades para interactuar con diferentes tipos de textos (incluyendo los matemáticos), de experimentar cotidianamente la lectura y la escritura y de desarrollar el lenguaje académico que se demanda en la escuela. Esto es parte importante de la construcción de formas de comunicación propias de las matemáticas. Resulta evidente que es una cuestión de equidad educativa que a los estudiantes latinos provenientes de sectores de bajos recursos se les ofrezcan oportunidades para aprender conceptos matemáticos complejos y el lenguaje académico apropiado en su lengua materna para aprender de modo comprensivo y para comunicar su razonamiento matemático en forma efectiva (Turner y Celedón-Pattichis, 2011). En el caso de clase 2, el alumno 1 explica por qué los estudiantes llegaron a la respuesta correcta a través del uso de estrategias diferentes y válidas y lo hace utilizando un lenguaje académico apropiado (Ejemplo: “y los contó de cinco en cinco”) para explicar las diferentes estrategias de conteo. La construcción de lenguaje académico en la primera lengua del estudiante requiere que los maestros no sólo se centren en desarrollar el uso apropiado del vocabulario específico, sino fundamentalmente la progresiva incorporación de formas y estructuras más precisas de explicar sus ideas y estrategias (Cummins, 1989; Thomas y Collier, 2002), y como resultado la participación efectiva en el discurso matemático (Willey, 2010).

### **La Equidad Educativa y una Enseñanza Centrada en la Construcción de la Identidad como Sujeto Capaz de Aprender Matemáticas**

Un logro central e inesperado de nuestra investigación fue verificar la importancia de construir confianza tanto en las maestras, por la posibilidad de enseñar efectivamente matemática, como en los alumnos, en relación con la capacidad de aprender matemática. Crear un ambiente de clase en el que los estudiantes sientan que pueden ser escuchados y que pueden pensar libremente sin ser castigados o etiquetados es fundamental para fomentar la confianza en su capacidad para aprender matemáticas. Por ejemplo, Carmen era consciente que sus experiencias anteriores como estudiante de matemáticas le habían dejado una sensación de frustración que le generó malestar y redujo su confianza en sí misma como maestra.

Durante una entrevista, Carmen nos explicaba:

Antes de empezar a trabajar con ECG, yo tenía muchas preguntas. Tenía muchas preguntas sobre como yo enseñaba matemáticas, pero después de ECG (se refiere a la capacitación) empecé a darme cuenta de que entendía mejor matemáticas. Nunca fui una buena estudiante de matemáticas... Tuve que cursar álgebra tres veces [curso de secundaria]. Todavía no sé como me dejaron cursarla tres veces, porque no era buena para matemáticas. Siempre le tuve miedo, nunca pensé que podía llegar a entenderla. Pero ahora me siento más segura, con más confianza y más capacitada para enseñarla. . . (Entrevista con Carmen, 2007)

Sostenemos que el cambio en el conocimiento y la práctica sucede cuando los educadores entienden que el cambio en la enseñanza puede tener un efecto en el aprendizaje de los alumnos y no al revés (Guskey, 2002; Musanti y Pence, 2010). Tanto Carmen como Norma pudieron observar como sus alumnos incrementaron su sentimiento de confianza como aprendices de matemáticas y como esto impactaba en su percepción de sí mismos y en su identidad. Por ejemplo, los estudiantes de Carmen (caso de clase No. 2) muestran confianza en su capacidad para resolver los problemas y encontrar la respuesta, y además son capaces de explicar su razonamiento usando lenguaje específicamente matemático (ej. “contando de cinco en cinco”). Enseñar con equidad requiere lograr que todos los alumnos crean en sus capacidades para aprender y que los maestros los definan a través de un modelo de aprendizaje centrado en sus capacidades y no en el déficit. Tanto para Norma como para Carmen implica que “*que matemáticas no los asuste, que sepan que lo pueden hacer*” (Entrevista con Carmen, 2007) y esto requiere que logren:

. . . construir confianza en sí mismos, si entienden lo que están haciendo, y saben que lo pueden hacer, y que lo pueden hacer bien, y si ellos pueden mostrarle a alguien o explicarle a alguien, sea otro adulto o un compañero. . . Para mí eso es el verdadero logro (de la enseñanza) (Entrevista con Norma, 2007).

Enseñar con equidad requiere que los maestros, especialmente en los primeros grados de la Escuela Primaria y en el Nivel Inicial, se centren en diseñar propuestas de enseñanza para que los alumnos se construyan a sí mismos como sujetos que pueden, cuyo aprendizaje es valorado. Esto requiere de maestros con altas expectativas hacia el aprendizaje de matemáticas de sus alumnos (Turner y Celedón-Pattichis, 2011). La importancia del trabajo de un maestro yace en *“demostrarles que pueden resolver con éxito problemas matemáticos complejos, aún antes de que dominen los hechos matemáticos básicos”* (Carmen, entrevista 2008). Así es como durante el transcurso del año, los estudiantes de ambas clases fueron incrementado su sentido de confianza en sus capacidades, fueron capaces de crear “historias matemáticas” para que sus compañeros las resuelvan, comenzaron a tomar riesgos resolviendo problemas de diferentes maneras aún cuando no lograban la respuesta correcta, y mejoraron sus habilidades comunicativas orales para explicar sus estrategias a la maestra y a sus compañeros utilizando diferentes representaciones escritas (dibujos, símbolos, palabras y oraciones) para representar los problemas y sus soluciones. Este fue el resultado de un trabajo intenso de ambas maestras para validar la voz, pensamiento y capacidades de sus alumnos.

### Conclusiones

Este estudio explora e ilustra prácticas de enseñanza de matemáticas con estudiantes latinos en contextos bilingües que sitúan el aprendizaje en relación con la lengua y la cultura de los alumnos, promueven el uso de la primera lengua como recurso pedagógico, y aspiran a enseñar contenido matemático complejo. Las maestras que participaron en este estudio demostraron consistentes y altas expectativas de aprendizaje para sus alumnos, reflexionando sistemáticamente sobre el impacto del lenguaje usado en la enseñanza y las cuestiones culturales en el aprendizaje de sus estudiantes, y sobre cómo podían responder con sus estrategias de enseñanza de matemáticas a las características y necesidades de sus alumnos.

Las estrategias ilustradas a través de los dos casos de clase muestran la importancia de generar formas efectivas de apoyar la

construcción del pensamiento matemático de los alumnos utilizando el lenguaje, y los intercambios con los alumnos para que puedan desarrollar herramientas que les permitan mejorar su razonamiento matemático y la capacidad para comunicarlo efectivamente a otros tanto en forma escrita como oral.

Para esto es necesario que los maestros comprendan el rol que el maestro tiene en la construcción del lenguaje académico en relación con áreas de contenido y la importancia de que los alumnos participen activamente en la construcción de prácticas propias del discurso matemático. Consideramos que este estudio contribuye a la comprensión de la importancia de la primera lengua como un recurso pedagógico en contextos donde los alumnos estén aprendiendo la lengua de instrucción como segunda lengua. El objetivo de este estudio no era establecer comparaciones entre aulas bilingües y aulas donde la enseñanza es solamente en inglés. De acuerdo con Moschkovich (2010), la intención del estudio era explorar las prácticas de enseñanza que recuperan las capacidades propias de los estudiantes y que están diseñadas específicamente para alumnos minoritarios cuya primera lengua es español integrando la complejidad lingüística y cognitiva necesaria para que los alumnos avancen en el aprendizaje de conceptos matemáticos en su primer idioma.

Por otra parte, se ha documentado las prácticas de enseñanza que pueden marcar una diferencia ofreciendo oportunidades de aprendizaje significativas para la solución de problemas matemáticos complejos y de esta manera contribuir a generar propuestas educativas para la equidad que contribuyan a mejorar el rendimiento educativo de los estudiantes latinos. En este sentido, cobra particular importancia la posibilidad de que los maestros accedan a oportunidades de desarrollo profesional situado donde puedan reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza identificando los factores que contribuyen a mejorar el aprendizaje. En este estudio, las maestras coincidieron en la centralidad de crear ambientes de aprendizaje que promuevan que los alumnos latinos crezcan valorando sus capacidades y desarrollando su identidad como sujetos que aprenden matemáticas. Estas prácticas sólo son posibles cuando los maestros creen en las capacidades de aprendizaje de todos sus alumnos, considerando sus raíces culturales y lingüísticas como recursos intelectuales en el diseño de prácticas de enseñanza.

*Tabla 1.* Problemas verbales seleccionados (Versión en español, adaptado de Carpenter et al., 1999)

<b>Estructura del Problema</b>	<b>Problema</b>
Cambio Creciente (con resultado desconocido)	Cintia tenía 8 caramelos. Su hermana le da 8 caramelos más. ¿Cuántos caramelos tiene Cintia ahora?
Cambio creciente (con cantidad de cambio desconocido)	Pablo quiere comprar un avión de juguete que cuesta 19 pesos. Ahora sólo tiene 9 pesos. ¿Cuántos pesos más necesita Pablo para poder comprar el avión de juguete?
Cambio Decreciente (con resultado desconocido)	Mariana tiene 25 galletitas. Ella se come 5. ¿Cuántas galletitas le quedaron a Mariana?
Multiplicación	Juan tiene 6 bolsas de bolitas. Hay 5 bolitas en cada bolsa. ¿Cuántas bolitas tiene Juan en total?
División Partitiva	Mario tiene 20 bolitas. El comparte sus bolitas con 4 amigos de modo que cada uno tenga la misma cantidad de bolitas. ¿Cuántas bolitas le toca a cada amigo? (Mario no se queda con ninguna bolita.)
División Medida	Diego tiene 15 caramelos y algunas bolsas. El quiere poner 3 caramelos en cada bolsa para darle a sus amigos. ¿Cuántas bolsas puede hacer?
Comparación	Alicia tiene 12 muñecas. Su hermana Carolina tiene 9. ¿Cuántas muñecas más tiene Alicia que Carolina?

### Referencias

- Allexaht-Snider, M. & Hart, L. E. (2001). "Mathematics for all": How do we get there? *Theory into Practice*, 40(2), 93-101.
- Boaler, J. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside school. *Teachers College Record*, 110(3), 608-645.
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M., Levi, L., & Empson, S. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Celedón-Pattichis, S. (2008). "What does that mean? Drawing on Latino and Latina students' language and culture to make mathematical meaning." En M. W. Ellis (Ed.), *Mathematics for every student: Responding to diversity, grades 6-8* (pp. 59-73). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Celedón-Pattichis, S., Musanti, S. I. & Marshall, M. (2010). Bilingual teachers' reflections on students' native language and culture to teach mathematics. In M. Foote (Ed.) *Mathematics teaching and learning in K-12: Equity and professional development* (pp. 7-24). New York, NY: Palgrave Mcmillan.
- Celedón-Pattichis, S., & Ramirez, N. G. (2012). *Beyond good teaching: Advancing mathematics education for ELLs*. Reston, VA: National Council of Teachers of mathematics.
- Chval, K. B. & Khisty, L. L. (2009). Bilingual Latino students, writing and mathematics: A case study of successful teaching and learning. In R. Barwell (Ed.), *Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspectives* (pp. 128-144). Bristol, UK: Multilingual Matters.
- Civil, M. & Andrade, R. (2002). "Transitions between home and school mathematics: Rays of hope amidst the passing clouds." En G. de Abreu, A.J. Bishop, y N.C. Presmeg (Eds.), *Transitions between contexts of mathematical practices* (pp. 149-169). Boston, MA: Kluwer.
- Cobb, P., McClain, K., Lamberg, T., & Dean, C. (2003). Situating teaching in the institutional setting of the school and school district. *Educational Researcher*, 32(6), 13-24.
- Cummins, J. (1986). The role of primary language development in promoting educational success for language minority students. En California State Department of Education (Ed.), *Schooling and*

- language minority students: A theoretical framework* (pp. 3-50). Los Angeles, CA: Evaluation, Dissemination, and Assessment Center.
- Cummins, J. (2001). Empowering minority students: A framework for intervention. *Harvard Educational Review*, 71(4), 649-675.
- Flores, A. (2007). Examining disparities in mathematics education: Achievement gap or opportunity gap? *The High School Journal*, 91(1), 29-42.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653-689.
- Fuson, K. C., Smith, S. T., & Lo Cicero, A. M. (1997). Supporting Latino first graders' ten-structured thinking in urban classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 738-766.
- González, N., Moll, L. & Amanti, C. (2005). *Funds of knowledge: Theorizing practices in households, communities, and classrooms*. Mahwah, NJ: Lawrence Earlbaum.
- Guskey, T. R. (2002). Professional development and teacher change. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 8(3/4), 381-391.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65-97). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Khisty, L. L., & Chval, K. B. (2002). Pedagogic discourse and equity in mathematics: When teachers' talk matters. *Mathematics Education Research Journal*, 14(3), 4-18.
- Kohler, A. & Lazarín, M. (2007). *Hispanic education in the United States: Statistical brief No. 8*. National Council of La Raza, Washington, D. C.
- Lindholm-Leary, J. K. (2001). *Dual language education*. Bristol, UK: Multilingual Matters.
- Luna Villalón, M. E. (2010). Leer y escribir en español: Una manera de mantener la L1 de inmigrantes mexicanos en Canadá. En los *Proceedings of the 12th Hispanic Linguistics Symposium*, The Cascadilla Proceedings Project. Recuperado de: <http://www.lingref.com/cpp/hls/12/index.html>.

- Moschkovich, J. (2006). Bilingual mathematics learners: How views of language, bilingual learners, and mathematical communication impact instruction. En N. Nassir and P. Cobb (Eds.), *Improving access to mathematics: Diversity and equity in the classroom* (pp. 89-104). New York, NY: Teachers College Press.
- Moschkovich, J. (2010). Recommendations for research on language and mathematics education. In J. Moschkovich (Ed.), *Language and mathematics education: Multiple perspectives and directions for research* (pp. 151-170). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Musanti, S. I., Marshall, M., Ceballos, K., & Celedón-Pattichis, S. (2011). Situating mathematics professional development: A bilingual teacher and researchers' collaboration. In Téllez, K., Moschkovich, J. N., & Civil, M (Eds.), *Latinos and mathematics: Research on learning and teaching in classrooms and communities*. Charlotte, NC: Information Age Publishing. (pp. 215-232).
- Musanti, S. I., Celedón-Pattichis, S., & Marshall, M. E. (2009). Reflections on language and mathematics problem solving: A case study of a bilingual first grade teacher. *Bilingual Research Journal*, 32(1), 25-41.
- Musanti, S. I., & Pence, L. (2010) Collaboration and teacher development: Unpacking resistance, constructing knowledge, and negotiating identity. *Teacher Education Quarterly*, 37 (1), 73-90.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2008). *Position statement on teaching mathematics to English language learners*. Recuperado de: <http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=16135>
- NCTM. Ver National Council of Teachers of Mathematics
- Secada, W. G. (1991). Student diversity and mathematics education reform. En L. Idol and B. F. Jones (Eds.) *Educational values and cognitive instruction: Implications for reform*, 297-332. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- 68 Secada, W. G & De La Cruz, Y. (1996). Teaching mathematics for understanding to bilingual students. En J. L. Flores (Ed.), *Children of la frontera: Bilingual efforts to serve Mexican migrant and immigrant students*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED393646). Recuperado de la base de datos ERIC.

- Skutnabb-Kangas, T. (2000). *Linguistic genocide in education or worldwide diversity and human rights?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schleppegrell, M. J. (2010). Language in mathematics teaching and learning: A research review. In J. N. Moschkovich (Ed.), *Language and mathematics education: Multiple perspectives and directions for research* (pp. 73-112). Charlotte: Information Age Publishing.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research. Techniques and procedures for developing grounded theory* (Second ed.). Thousand Oaks, Ca: Sage.
- Thomas, W. P., & Collier, V. P. (2002). *A national study of school effectiveness for language minority students' long-term academic achievement*. Santa Cruz, CA: Center for Research on Education, Diversity and Excellence, University of California-Santa Cruz. [http://repositories.cdlib.org/crede/finalrpts/1\\_1\\_final/](http://repositories.cdlib.org/crede/finalrpts/1_1_final/)
- Turner, E., Celedón-Pattichis, S., & Marshall, M. A. (2008). Cultural and linguistic resources to promote problem solving and mathematical discourse among Hispanic kindergarten students. En R. Kitchen & E. Silver (Eds.), *Promoting high participation and success in mathematics by Hispanic students: Examining opportunities and probing promising practices [A Research Monograph of TODOS: Mathematics for ALL]*, No 1, 19-42. Washington D.C.: National Education Association Press.
- Turner, E., & Celedón-Pattichis, S. (2011). Mathematical problem solving among Latina/o kindergartners: An analysis of opportunities to learn. *Journal of Latinos and Education*, 10(2), 1-24.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press.
- Willey, C. (2010). Teachers developing mathematics discourse communities with Latinas/os. In P. Brosnan, D. Erchick & L. Flevares (Eds.), *Proceedings of the 32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 530-538). Columbus, OH: The Ohio State University.
- Zwiers, J. (2008). *Building academic language. Essential practices for content classrooms*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

### Agradecimientos

Esta investigación fue cofinanciada por la Fundación Nacional de Ciencias (National Science Foundation) Subsidio No. ESI-0424983 – Center for the Mathematics Education of Latinos/as (CEMELA). Las opiniones, resultados, y conclusiones o recomendaciones expresadas en este material son de los autores y no reflejan necesariamente la visión de la Fundación Nacional de Ciencias (Estados Unidos).

Las autoras están en deuda con las maestras y estudiantes quienes tan generosamente abrieron las puertas de sus aulas y sus vidas, compartiéndolas con las investigadoras durante la duración del proyecto.

### Authors

\* **Sandra I. Musanti** has a Ph.D. in Philosophy from The University of New Mexico. She was a postdoctoral fellow at the Center for the Mathematics Education of Latinos/as (CEMELA) and a consultant for the Argentinean Ministry of Education and a visiting professor at Universidad Nacional de San Martín, Buenos Aires, Argentina. She is currently an assistant professor in the Department of Language, Literacy and Intercultural Studies at University of Texas, Brownsville. Her research interests include teacher education, teacher development and collaboration, and bilingual education.  
Email: [sandra.musanti@utb.edu](mailto:sandra.musanti@utb.edu)

\* **Sylvia Celedón-Pattichis** has a Ph. D. in Bilingual and Mathematics Education from University of Texas at Austin. She is currently an associate professor at the University of New Mexico in the Department of Language, Literacy, and Sociocultural Studies, as well as, Co-Principal Investigator of the Center for the Mathematics Education of Latinos/as (CEMELA). Her research interests include linguistic and cultural influences on the teaching and learning of mathematics with Latina/o students learning English as a second language.  
Email: [sceledon@unm.edu](mailto:sceledon@unm.edu)

\* **Mary E. Marshall** is an instructional mathematics coach with the Albuquerque public schools system. She was previously a doctoral fellow of the Center for the Mathematics Education of Latinos/as (CEMELA).  
Email: [mary.m1210@gmail.com](mailto:mary.m1210@gmail.com)